

文章编号: 1007-6654(2004)04-0157-07

连续变量纠缠交换对系统物理参量的依赖关系

苏晓龙, 潘庆[†], 谢常德

(量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西大学光电研究所, 山西 太原 030006)

摘要: 以量子关联度和相干态量子离物传送的保真度为判据, 在增益因子取 1 和取最佳值两种情况下, 计算了纠缠交换的质量对探测效率, 传输效率及初始关联参量的函数依赖关系。计算结果可给实验设计提供有用参考。

关键词: 纠缠交换; Bell 态直接测量; 增益因子; 保真度

中图分类号: O431 **文献标识码:** A

0 引言

随着量子信息科学的发展, 量子纠缠被广泛应用于量子离物传态, 量子密集编码, 量子保密通讯和量子计算等领域。纠缠交换可以让两个从来没有直接相互作用的量子系统产生纠缠^[1], 这对于建立远程非局域关联是非常有用的。单个光子的偏振纠缠交换已经实现^[2]。几种连续电磁场正交分量纠缠交换方案也已提出^[3~5], 然而迄今为止尚未实验实现。纠缠交换实际上是量子离物传态的一个特例, 它相当于纠缠态的量子离物传送。S. M. Tan 基于增益为 1 ($g = 1$) 的量子离物传态方案提出: 用于交换的纠缠态的纠缠度至少为 3 dB, 纠缠交换才能实现^[3]。S. L. Braunstein 等提出的方案中选取了最优化的增益因子, 从理论上证明, 原则上两个纠缠态的纠缠度只要大于零就可能产生纠缠交换^[4]。在他们设计的系统中, 两个纠缠源由 4 个单模压缩真空态混合而得, 最后采用相干光量子离物传态的保真度来判断纠缠交换的质量。继后, 我们设计了一种利用两个双模压缩相干态作为纠缠源, 并利用 Bell 态直接测量检测纠缠交换的相对简单的实验方案^[5]。

经典通道增益因子的选取对纠缠交换的质量有

重要的影响。对于相同初始关联度, 选取最优化增益因子可以最大限度提高纠缠交换的质量。本文结合实验系统计算了非理想效率情况下纠缠交换对关联参量的依赖关系, 并分别用直接测定量子关联度和相干态量子离物传送的保真度两种判据, 讨论了经典通道增益因子对纠缠交换结果的影响。通过数值计算指出, 在初始关联度不高的情况下, 选取最优化增益因子对完成纠缠交换是至关重要的。

1 基本方案

在我们设计的方案中^[5], 假设非简并光学参量放大器, NOPA1 和 NOPA2, 为两个独立的 Einstein - Podolsky - Rosen (EPR) 纠缠态光源。为了能采用 Bell 态直接探测方法测定量子关联度^[10], 我们让两个 NOPA 均工作在参量反放大状态, 即泵浦场与注入信号场反位相。此时, 两个 NOPA 的输入输出关系可以写成^[6~8]:

$$\hat{X}_a = \hat{X}_{a(0)} \cosh r_1 - \hat{X}_{b(0)} \sinh r_1$$

$$\hat{Y}_a = \hat{Y}_{a(0)} \cosh r_1 + \hat{Y}_{b(0)} \sinh r_1$$

$$\hat{X}_b = \hat{X}_{b(0)} \cosh r_1 - \hat{X}_{a(0)} \sinh r_1$$

$$\hat{Y}_b = \hat{Y}_{b(0)} \cosh r_1 + \hat{Y}_{a(0)} \sinh r_1$$

收稿日期: 2004-09-22

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 60238010, 60378014); 国家自然科学基金基础研究基金(批准号: 2001CB309304)

作者简介: 苏晓龙(1979-), 男, 陕西宝鸡人, 山西大学光电研究所博士。

[†] E-mail: panqing@sxu.edu.cn

$$\begin{aligned} \hat{X}_c &= \hat{X}_{c(0)} \cosh r_2 - \hat{X}_{d(0)} \sinh r_2 \\ \hat{Y}_c &= \hat{Y}_{c(0)} \cosh r_2 + \hat{Y}_{d(0)} \sinh r_2 \\ \hat{X}_d &= \hat{X}_{d(0)} \cosh r_2 - \hat{X}_{c(0)} \sinh r_2 \\ \hat{Y}_d &= \hat{Y}_{d(0)} \cosh r_2 + \hat{Y}_{c(0)} \sinh r_2 \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\hat{X}_{i(0)}$, $\hat{Y}_{i(0)}$ 和 \hat{X}_i , \hat{Y}_i ($i = a, \hat{b}, c, \hat{d}$) 分别为 NOPA1 ($i = a, \hat{b}$) 和 NOPA2 ($i = c, \hat{d}$) 的输入 ($\hat{X}_{i(0)}$, $\hat{Y}_{i(0)}$) 与输出 (\hat{X}_i , \hat{Y}_i) 两个非简并信号场模的正交振幅 (\hat{X}) 和正交位相 (\hat{Y}) 分量。 r_1, r_2 ($0 \leq r_1, r_2 \leq \infty$) 分别为 NOPA1 和 NOPA2 输出非简并场模之间的量子关联参量(或称压缩参量), 依赖于 NOPA 中参量相互作用的强度和时间的。 $r_1(r_2) = 0$ 纠缠度为零, $r_1(r_2) \rightarrow \infty$ 趋近于理想纠缠。 (\hat{X}_a, \hat{Y}_a) , (\hat{X}_b, \hat{Y}_b) 与 (\hat{X}_c, \hat{Y}_c) , (\hat{X}_d, \hat{Y}_d) 分别为由 NOPA1 与 NOPA2 产生的具有正交振幅反关联及正交位相正关联的二组独立的 EPR 纠缠态光场^[9]。

设 Alice 和 Bob 分别掌握纠缠光束对 a, \hat{b} 和 c, \hat{d} 。初始时刻, a, \hat{b} 和 c, \hat{d} 互不纠缠。然而我们可以看到, 如果用一中间站, Claire, 对 \hat{b} 和 c 和进行联合 Bell 基测量^[10], 则互不纠缠的光学模 a 和 \hat{d} 之间会产生纠缠, 即是说通过测量, 将 \hat{b} 和 a 的纠缠“转移”给 \hat{d} , 同时也将 c 和 \hat{d} 的纠缠“转移”给 a 。这一过程称之为纠缠交换(Entanglement Swapping)。

实验中可以用两种方法判断纠缠交换的实现。一种方法是直接测量 a 和 \hat{d} 之间的关联度。如果初始无关联的 a 和 \hat{d} 之间经纠缠交换过程产生了量子关联, 即说明纠缠交换实现^[5]。另一种方法是利用纠缠交换后的 a 和 \hat{d} 作为纠缠光束, 进行相干光的量子离物传态实验, 通过被恢复量子态的保真度(Fidelity)来作出判断。如果得到的保真度 $F > 0.5$, 则说明 a 和 \hat{d} 之间必然存在纠缠, 即完成了纠缠交换。

2 利用直接测定 a 和 \hat{d} 之间量子关联的方法判断纠缠交换

如图 1 所示。Claire 对 \hat{b} 和 c 进行联合 Bell 态直接探测^[10]。模 \hat{b} 和 c 通过 50/50 分束器组合, 其输出场模 e 和 \hat{f} 可表示为:

$$e = \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_c [(\xi_1 \hat{b} + \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{v}_b)$$

$$\begin{aligned} &+ i(\xi_1 c + \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{v}_c)] + \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{v}_e \\ \hat{f} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_c [(\xi_1 \hat{b} + \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{v}_b) \\ &- i(\xi_1 c + \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{v}_c)] + \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{v}_f \end{aligned} \quad (2)$$

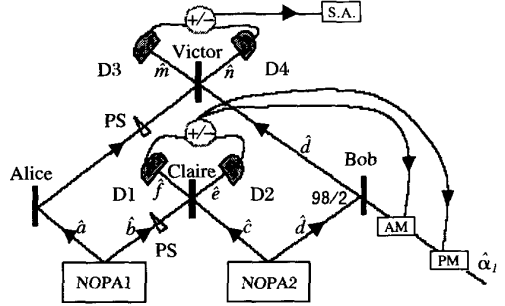


图 1 利用直接测量 a 和 \hat{d} 之间量子关联的方法判断纠缠交换的实验方案

其中 η_c 代表探测器 D1 和 D2 的探测效率, ξ_1 为 \hat{b} 和 c 的传输效率, $\hat{v}_b, \hat{v}_c, \hat{v}_e$ 和 \hat{v}_f 相应于各个模损耗引入的真空噪声。PS 为相移器, 以保证光束 \hat{b} 和 c 在耦合时的位相差为 $\pi/2$ ^[10]。D1 和 D2 探测到的光电流由射频分束器分成两路, 再由功率加法器与减法器提取和与差光电流。和 (\hat{i}_+) 与差 (\hat{i}_-) 光电流噪声谱为:

$$\begin{aligned} \hat{i}_+ (\Omega) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\eta_c \xi_1 \hat{X}_b (\Omega) + \eta_c \xi_1 \hat{X}_c (\Omega) \right. \\ &+ \eta_c \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{X}_{v_b} (\Omega) + \eta_c \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{X}_{v_c} (\Omega) \left. \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{X}_{v_e} (\Omega) + \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{X}_{v_f} (\Omega) \right. \\ &+ \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{Y}_{v_e} (\Omega) - \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{Y}_{v_f} (\Omega) \left. \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \hat{i}_- (\Omega) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\eta_c \xi_1 \hat{Y}_b (\Omega) - \eta_c \xi_1 \hat{Y}_c (\Omega) \right. \\ &+ \eta_c \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{Y}_{v_b} (\Omega) - \eta_c \sqrt{1 - \xi_1^2} \hat{Y}_{v_c} (\Omega) \left. \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{X}_{v_e} (\Omega) - \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{X}_{v_f} (\Omega) \right. \\ &+ \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{Y}_{v_e} (\Omega) + \sqrt{1 - \eta_c^2} \hat{Y}_{v_f} (\Omega) \left. \right] \end{aligned} \quad (4)$$

在联合测量过程中, 通过对 \hat{b} 和 c 模的测量使未发生直接相互作用的模 a 和 \hat{d} 产生了纠缠, 测量塌

缩是完成纠缠交换的量子通道。为了展示 a 和 \hat{d} 模之间的纠缠存在, 必须将测得的和与差光电流通过经典通道传送给 Bob。Bob 用 \hat{i}_+ 和 \hat{i}_- 调制一束相干光 \hat{a}_1 , 被调制后的光场可表示为:

$$\hat{\beta} = \hat{a}_1 + g_+ \hat{i}_+(\Omega) + ig_- \hat{i}_-(\Omega) \quad (5)$$

其中 $g_+ = g_-$ 为经典通道光电流调制到光场的增益因子(假设两通道增益因子相等)。Bob 用调制后的相干光对光学模 \hat{d} 进行平移变换。即是使用一个反射率和透射率之比为 98/2 的分束器耦合光束 \hat{d} 与 $\hat{\beta}$ 。我们得到:

$$\hat{d}' = \sqrt{R}(\xi_2 \hat{d} + \sqrt{1 - \xi_2^2} \hat{v}_a) + \sqrt{1 - R}[\hat{a}_1 + g_+ \hat{i}_+(\Omega) + ig_- \hat{i}_-(\Omega)] \quad (6)$$

\hat{d}' 为 \hat{d} 经分束器平移变换后的输出场模, ξ_2 为 \hat{d} 的传输效率, \hat{v}_a 代表由于传输损耗而引入的真空噪声, R 为耦合镜的反射率 ($R = 0.98$)。由于 Bell 态直接测量要求两束输入光的能量相等^[10], 所以在实验中应适当选择 $\hat{\beta}$ 的平均光强度, 使 \hat{d}' 与 a 模的平均光强度相等。

Victor 对 \hat{d}' 与 a 进行联合 Bell 态直接测量。 a 模和 \hat{d}' 模经过 50/50 分束器后的输出场模 \hat{m} 和 \hat{n} 可以写成:

$$\begin{aligned} \hat{m} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_\nu [(\xi_3 \hat{a} + \sqrt{1 - \xi_3^2} \hat{v}_a) \\ &\quad + i(\xi_4 \hat{d}' + \sqrt{1 - \xi_4^2} \hat{v}_{d'})] \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{v}_m \\ \hat{n} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_\nu [(\xi_3 \hat{a} + \sqrt{1 - \xi_3^2} \hat{v}_a) \\ &\quad - i(\xi_4 \hat{d}' + \sqrt{1 - \xi_4^2} \hat{v}_{d'})] \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{v}_n \end{aligned} \quad (7)$$

其中 ξ_3 和 ξ_4 分别为 a 和 \hat{d}' 的传输效率, η_ν 为探测器 D3 和 D4 的探测效率, \hat{v}_a , $\hat{v}_{d'}$, \hat{v}_m , \hat{v}_n 均为由于损耗引进的真空噪声。D3 和 D4 输出光电流的和 (\hat{i}_+) 与差 (\hat{i}_-) 光电流噪声谱为:

$$\begin{aligned} \hat{i}_+(\Omega) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\eta_\nu \xi_3 \hat{X}_a(\Omega) + \sqrt{R} \eta_\nu \xi_2 \xi_4 \hat{X}_d(\Omega) \\ &\quad + \eta_\nu \sqrt{1 - \xi_3^2} \hat{X}_{v_a}(\Omega) + \sqrt{R} \eta_\nu \sqrt{1 - \xi_2^2} \xi_4 \hat{X}_{v_{d'}}(\Omega) \\ &\quad + \eta_\nu \sqrt{1 - \xi_4^2} \hat{X}_{v_{d'}}(\Omega) + \sqrt{1 - R} \eta_\nu \xi_4 \hat{X}_{a_1}(\Omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sqrt{1 - R} \eta_\nu g_+ \xi_4 \hat{i}_+(\Omega)] \\ &+ \frac{1}{2} [\sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{X}_{i_+}(\Omega) + \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{X}_{i_-}(\Omega) \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{Y}_{i_+}(\Omega) - \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{Y}_{i_-}(\Omega)] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{i}_-(\Omega) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\eta_\nu \xi_3 \hat{Y}_a(\Omega) - \sqrt{R} \eta_\nu \xi_2 \xi_4 \hat{Y}_d(\Omega) \\ &\quad + \eta_\nu \sqrt{1 - \xi_3^2} \hat{Y}_{v_a}(\Omega) - \sqrt{R} \eta_\nu \sqrt{1 - \xi_2^2} \xi_4 \hat{Y}_{v_{d'}}(\Omega) \\ &\quad - \eta_\nu \sqrt{1 - \xi_4^2} \hat{Y}_{v_{d'}}(\Omega) - \sqrt{1 - R} \eta_\nu \xi_4 \hat{Y}_{a_1}(\Omega) \\ &\quad - \sqrt{1 - R} \eta_\nu g_- \xi_4 \hat{i}_-(\Omega)] \\ &+ \frac{1}{2} [\sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{X}_{i_-}(\Omega) - \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{X}_{i_+}(\Omega) \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{Y}_{i_-}(\Omega) + \sqrt{1 - \eta_\nu^2} \hat{Y}_{i_+}(\Omega)] \end{aligned} \quad (9)$$

利用 NOPA1 (NOPA2) 的输入输出关系方程组 (1) 以及 (3) 和 (4) 式, 我们可以得到光电流之和与光电流之差的起伏方差为:

$$\begin{aligned} V_{i_+(\Omega)} &= (\eta_\nu \xi_3 - g_{\text{swap}} \eta_\nu \xi_4)^2 \frac{e^{2r_1}}{4} \\ &\quad + (\sqrt{R} \eta_\nu \xi_2 \xi_4 - g_{\text{swap}} \eta_\nu \xi_4)^2 \frac{e^{2r_2}}{4} \\ &\quad + (\eta_\nu \xi_3 + g_{\text{swap}} \eta_\nu \xi_4)^2 \frac{e^{-2r_1}}{4} \\ &\quad + (\sqrt{R} \eta_\nu \xi_2 \xi_4 + g_{\text{swap}} \eta_\nu \xi_4)^2 \frac{e^{-2r_2}}{4} \\ &\quad + 1 - \eta_\nu^2 + \frac{1}{2} \eta_\nu^2 (1 - \xi_3^2) + \frac{1}{2} \eta_\nu^2 (1 - \xi_4^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} (1 - R) \eta_\nu^2 \eta_4^2 + \frac{1}{2} R \eta_\nu^2 (1 - \xi_2^2) \xi_4^2 \\ &\quad + \frac{\eta_\nu^2 (1 - \xi_1^2) g_{\text{swap}}^2 \xi_4^2}{\xi_1^2} \\ &\quad + \frac{(1 - \eta_c^2) \eta_\nu^2 g_{\text{swap}}^2 \xi_4^2}{\eta_c^2 \xi_1^2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$V_{i_-(\Omega)} = V_{i_+(\Omega)} \quad (11)$$

其中 $g_{\text{swap}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - R} \eta_c \xi_1 g_+$ 是归一化的纠缠交换经典通道增益因子。

经典通道增益因子的选取对纠缠交换的结果有重要影响。我们取一般实验系统可达到的参数 $\xi_1^2 = 0.972$, $\xi_2^2 = 0.950$, $\xi_3^2 = 0.964$, $\xi_4^2 = 0.968$, $\eta_\nu^2 = \eta_c^2 = 0.90$, $R = 0.98$, 进行数值计算, 分析经典通道

增益因子取值不同对纠缠交换质量的影响。图 2 所示是选取 $g_{suap} = 1$ 时,由方程(10)计算的和与差光电流噪声功率谱对关联参量 r_1 和 r_2 的函数依赖关系。当 $r_1 = r_2 = 0$ 时,和与差光电流噪声功率高于单光束散粒噪声极限(SNL)3 dB,而且,只有当初始两对 EPR 光束的关联度大于 3 dB($r_1 = r_2 = 0.347$) 时,才能使 a 和 \hat{d}' 之间的噪声功率谱低于 SNL,即通过联合测量使 a 和 \hat{d}' 产生量子关联。

选取最优化的经典通道增益因子 g_{suap}^{opt} [4,5], 可以最大限度降低关联起伏方差,显示可完成的最大纠缠。对方程(10)求极小值得最优化增益因子为:

$$g_{suap}^{opt} = \frac{\eta_c^2 [(e^{4r_1} - 1)e^{2r_2}\xi_3 + e^{2r_1}(e^{4r_2} - 1)\sqrt{R}\xi_2\xi_4]\xi_1^2}{[4e^{2(r_1+r_2)} + \eta_c^2(e^{2r_1} + e^{2r_2} + e^{4r_1+2r_2} + e^{2r_1+4r_2} - 4e^{2(r_1+r_2)})\xi_1^2]\xi_4} \quad (12)$$

图 3 是在与图 2 相应的条件下画出的 a 和 \hat{d}' 的和与差光电流的噪声功率谱,不同的只是 g_{suap} 取最佳增益系数而不是 1。显然,在这种情况下,只需 $r_1, r_2 \neq 0$, 纠缠交换就可能实现。

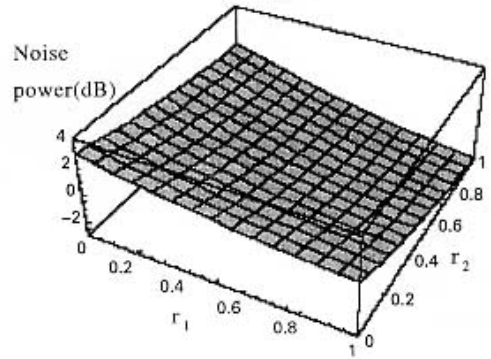


图 2 a 和 \hat{d}' 模的噪声功率随 r 的变化函数 $g_{suap} = 1$

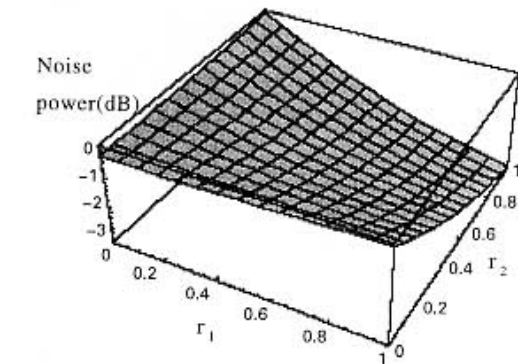


图 3 a 和 \hat{d}' 模的噪声功率随 r 的变化函数 $g_{suap} = g_{suap}^{opt}$

图 4 为在取相同系统参量情况下($r_1 = r_2 = r$, 其余参数与图 2 和图 3 相同),两种增益因子对 a 和 \hat{d}' 之间的噪声功率谱影响的比较。从图中可以看到当关联度比较小时,结果相差较大,随着关联度增加,差别逐渐减小。当 $r \rightarrow \infty$ 时, $g_{suap}^{opt} \rightarrow 1$ 。实验中, NOPA 输出场的关联度一般不是很高,为了得到好的结果,应该选取最佳经典增益,以提高纠缠交换的质量。

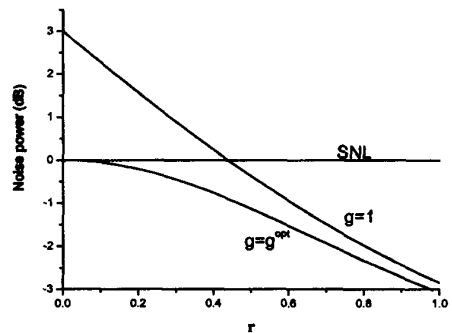


图 4 $g_{suap} = 1$ 和 $g_{suap} = g_{suap}^{opt}$ 时 a 和 \hat{d}' 噪声功率随 r 的变化函数的比较

3 利用相干光量子离物传态实验的保真度判断纠缠交换

设 Alice 和 Victor 分别掌握相互纠缠的光束 a 和 \hat{d}' 。一个 Alice 和 Victor 都不知道的未知量子态(相干态 \hat{a}_{in}) 被送到 Alice 处。Alice 对输入的未知态 \hat{a}_{in} 和 a 进行联合 Bell 态直接探测,然后 Alice 将测量所得到和光电流 (\hat{i}_4^+) 和差光电流 (\hat{i}_4^-) 通过经典通道传送给 Victor。如果 a 和 \hat{d}' 处于纠缠态,则 Victor 利用 Alice 传送过来的经典信息对 \hat{d}' 作一个平移变换,就可以完全恢复(理想纠缠)或部分恢复(部分纠缠)未知量子态 \hat{a}_{in} [11]。量子态恢复的保真度 F ,依赖于 a 和 \hat{d}' 之间的量子纠缠度,纠缠度愈高, F 愈大;纠缠度为零, F 只能达到 0.5 的经典极

限。因此通过相干态量子离物传送的保真度也可以判定纠缠交换是否实现。

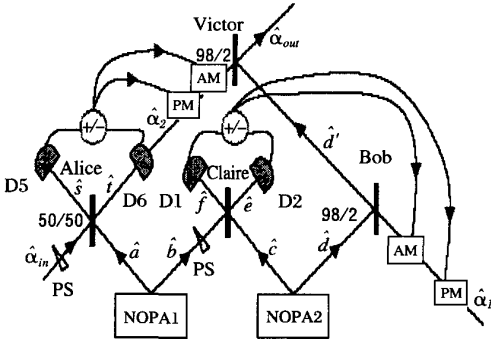


图5 利用相干量子离物传送的保真度判断纠缠交换的实验方案

实验方案如图5所示。首先 Alice 对 a 模和输入态 \hat{a}_{in} 进行联合 Bell 基测量, 模 \hat{a} 和 \hat{a}_{in} 通过 50/50 分束器组合, 其输出场模 s 和 i 可表示为:

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_A [\hat{a}_{in} + i(\xi_5 \hat{a} + \sqrt{1 - \xi_5^2} \hat{v}_a)] \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{v}_s \\ i &= \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_A [\hat{a}_{in} - i(\xi_5 \hat{a} + \sqrt{1 - \xi_5^2} \hat{v}_a)] \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{v}_i \end{aligned} \quad (13)$$

其中 ξ_5 表示 a 的传输效率, η_A 是 Alice 的探测效率, \hat{v}_a , \hat{v}_s 和 \hat{v}_i 表示由于损耗而引进的真空噪声。探测到的电流由射频分束器分成两路, 它们的光电流之和及光电流之差可以表示为:

$$\begin{aligned} \hat{i}_+^A(\Omega) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\eta_A \hat{X}_{a_{in}}(\Omega) + \eta_A \xi_5 \hat{X}_a(\Omega) \\ &\quad + \eta_A \sqrt{1 - \xi_5^2} \hat{X}_{v_a}(\Omega)] \\ &\quad + \frac{1}{2} [\sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{X}_{v_s}(\Omega) + \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{X}_{v_i}(\Omega) \\ &\quad + \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{Y}_{v_s}(\Omega) - \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{X}_{v_i}(\Omega)] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \hat{i}_-^A(\Omega) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\eta_A \hat{Y}_{a_{in}}(\Omega) - \eta_A \xi_5 \hat{Y}_a(\Omega) \\ &\quad - \eta_A \sqrt{1 - \xi_5^2} \hat{Y}_{v_a}(\Omega)] \\ &\quad + \frac{1}{2} [\sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{X}_{v_s}(\Omega) - \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{X}_{v_i}(\Omega) \end{aligned}$$

$$+ \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{Y}_{v_s}(\Omega) + \sqrt{1 - \eta_A^2} \hat{Y}_{v_i}(\Omega)] \quad (15)$$

然后 Alice 通过经典通道把测量得到的和光电流 (\hat{i}_+^A) 和差光电流 (\hat{i}_-^A) 传送给 Victor, Victor 利用 \hat{i}_+^A 和 \hat{i}_-^A 调制一束相干光 \hat{a}_2 , 被调制的相干光场可表示为:

$$\hat{\beta}' = \hat{a}_2 + g'_+ \hat{i}_+^A(\Omega) + ig'_- \hat{i}_-^A(\Omega) \quad (16)$$

其中 g'_+ = g'_- 为经典通道光电流调制到光场的增益因子。Victor 用调制后的相干光经 98/2 分束器对光学模 \hat{d}' 进行平移变换, 输出场模为:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{out} &= \sqrt{R} (\xi_6 \hat{d}' + \sqrt{1 - \xi_6^2} \hat{v}_{d'}) + \sqrt{1 - R} \hat{\beta}' \\ &= \sqrt{R} (\xi_6 \hat{d}' + \sqrt{1 - \xi_6^2} \hat{v}_{d'}) \\ &\quad + \sqrt{1 - R} (\hat{a}_2 + g'_+ \hat{i}_+^A(\Omega) + ig'_- \hat{i}_-^A(\Omega)) \end{aligned} \quad (17)$$

其中 ξ_6 为 \hat{d}' 的传输效率, $\hat{v}_{d'}$ 是由于损耗而引入的真空噪声, R 为耦合镜的反射率 ($R = 0.98$)。在 $g = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - R} \eta_A g'_+ = 1$ (即取量子离物传送的经典增益为 1) 时, 我们可以得到输出态的正交振幅和正交位相的起伏方差为:

$$\begin{aligned} V_{X_{out}} &= (\xi_5 - \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{2r_1}}{2} \\ &\quad + (R \xi_2 \xi_6 - \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{2r_2}}{2} \\ &\quad + (\xi_5 + \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{-2r_1}}{2} \\ &\quad + (R \xi_2 \xi_6 + \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{-2r_2}}{2} \\ &\quad + V_{X_{a_{in}}} + 2 - R - \xi_5^2 + R(1 - \xi_6^2) \\ &\quad + R(1 - R) \xi_6^2 + R^2 \xi_6^2 (1 - \xi_2^2) \\ &\quad + \frac{2(1 - \eta_A^2)}{\eta_A^2} + \frac{2g_{swap}^2 R(1 - \xi_1^2) \xi_6^2}{\xi_1^2} \\ &\quad + \frac{2g_{swap}^2 R(1 - \eta_c^2) \xi_6^2}{\eta_c^2 \xi_1^2} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} V_{Y_{out}} &= (\xi_5 - \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{2r_1}}{2} \\ &\quad + (R \xi_2 \xi_6 - \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{2r_2}}{2} \\ &\quad + (\xi_5 + \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{-2r_1}}{2} \\ &\quad + (R \xi_2 \xi_6 + \sqrt{R} g_{swap} \xi_6)^2 \frac{e^{-2r_2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ V_{Y_{a_{in}}} + 2 - R - \xi_5^2 + R(1 - \xi_6^2) \\
 &+ R(1 - R)\xi_6^2 + R^2\xi_6^2(1 - \xi_2^2) \\
 &+ \frac{2(1 - \eta_A^2)}{\eta_A^2} + \frac{2g_{swap}^2 R(1 - \xi_1^2)\xi_6^2}{\xi_1^2} \\
 &+ \frac{2g_{swap}^2 R(1 - \eta_c^2)\xi_6^2}{\eta_c^2 \xi_1^2} \quad (19)
 \end{aligned}$$

式中 $g_{swap} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - R} \eta_c \xi_1 g_+$ 是归一化的经典通道增益因子。 $V_{X_{a_{in}}} = V_{Y_{a_{in}}} = 1$ 是输入相干态的起伏方差。

用实验可测定参数可表示的相干态量子离物传态的保真度^[12]是:

$$F = \frac{2}{\sigma_Q} \exp\left[-\frac{2}{\sigma_Q} |\beta_{out} - \beta_{in}|^2\right] \quad (20)$$

$$\text{其中 } \sigma_Q = \sqrt{(1 + \sigma_W^2)(1 + \sigma_W^2)} \quad (21)$$

在此, σ_W^2 和 σ_W^2 分别是输出态振幅和位相分量的起伏方差(在 Wigner 表象中)。 β_{out} 和 β_{in} 分别是输出态和输入态的振幅。当 $g = 1$ 时, $\beta_{out} = \beta_{in}$ 。

同样 g_{swap} 的选取有两种方法,即 $g_{swap} = 1$ ^[3] 和 $g_{swap} = g_{swap}^{opt}$ ^[4,5]。图 6 计算了选取 $g_{swap} = 1$, 其余参数与图 2 相同时,保真度 F 与关联度的函数关系。由图可以看出,只有当关联度大于 3 dB 时,保真度才能突破经典极限 ($F > 0.5$)。

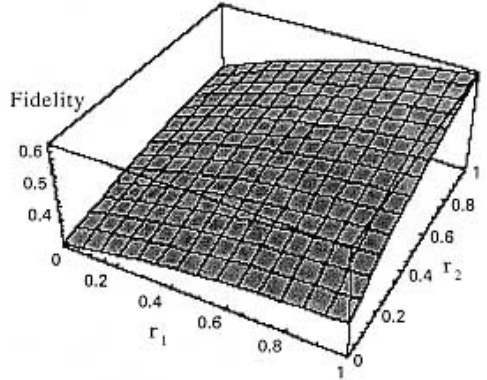


图 6 相干光子量子离物传态的保真度随关联度的变化函数 $g_{swap} = 1$

对保真度 F 求极小值可得最佳增益因子为:

$$g_{swap}^{out} = \frac{\eta_c^2 \xi_1^2 (e^{4r_1 + 2r_2} \xi_5 + Re^{2r_1 + 4r_2} \xi_2 \xi_6 - e^{2r_1} \xi_5 - R^2 r_2 \xi_2 \xi_6)}{\sqrt{R} [e^{2(r_1 + r_2)} + \eta_c^2 \xi_1^2 (e^{2r_1} + e^{2r_2} - 4e^{2(r_1 + r_2)} + e^{4r_1 + 2r_2} + e^{2r_1 + 4r_2})] \xi_6} \quad (22)$$

图 7 所示为选取最佳增益因子时,相干光子量子离物传态的保真度随关联参量 r_1 和 r_2 的变化函数。显然,只要初始时关联度不为零, $F > 0.5$ 就可能实现。图 8 所示是两种增益因子所得保真度的比较,与图 4 相应,当关联度较低时,增益因子的选取对保真度影响较大。

4 小结

我们通过详细的计算分析了纠缠交换质量对系统技术参数的依赖关系。图 2 - 图 4 与图 6 - 图 8 具有一一对应关系,显示出纠缠交换的质量可以用最后获得的量子关联度或用它完成的相干态量子离物传态的保真度等价的表示。关联噪声愈低,量子

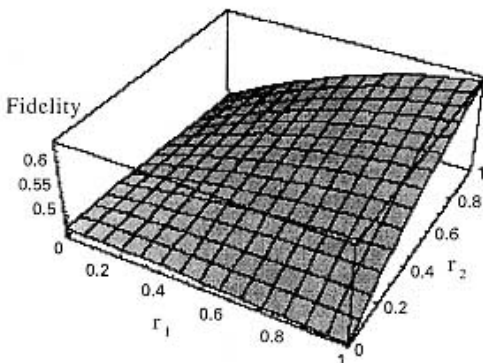


图 7 相干光子量子离物传态的保真度随关联度的变化函数 $g_{swap} = g_{swap}^{opt}$

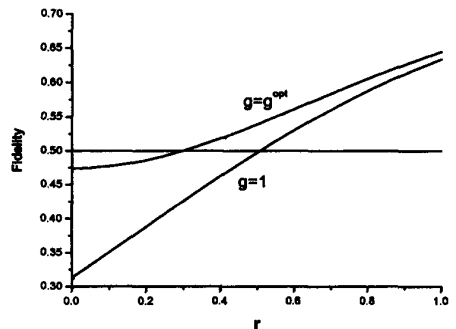


图 8 $g_{swap} = 1$ 和 $g_{swap} = g_{swap}^{opt}$ 时相干光子量子离物传态保真度的比较

关联度愈高,可获得的保真度愈大。计算结果指出,对于给定的系统参量,当初始关联度不高时,纠缠交换的质量极大地依赖于系统的经典增益因子。实验

中,为了完成高质量的纠缠交换,应根据实验系统参量,按照方程(12)和(22)计算出最佳增益因子,并仔细调节经典通道,达到最佳增益。

参考文献:

- [1] ZUKOWSKI M, ZEILINGER A, HOME M A, *et al.* “Even – Ready – Detectors” Bell experiment via entanglement swapping [J]. *Phys Rev Lett*, 1993, **71**: 4287.
- [2] PAN J W, BOUWMEESTER D, WEINFURTER H, *et al.* Experimental entanglement swapping: entangling photons that never interacted [J]. *Phys Rev Lett*, 1998, **80**: 3891.
- [3] TAN S M. Confirming entanglement in continuous variable quantum teleportation [J]. *Phys Rev A*, 1999, **60**: 2752.
- [4] LOOCK P V, BRAUNSTEIN S L. Unconditional teleportation of continuous – variable entanglement [J]. *Phys Rev A*, 1999, **61**: 010302.
- [5] ZHANG Jing, XIE Changde, PENG Kunchi. Entanglement swapping using nondegenerate optical parametric amplifier [J]. *Phys Lett A*, 2002, **299**: 427.
- [6] REID M D, DRUMMOND P D. Quantum correlations of phase in nondegenerate parametric oscillation [J]. *Phys Rev Lett*, 1988, **60**: 2731.
- [7] REID M D. Demonstration of the Einstein – Podolsky – Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification [J]. *Phys Rev A*, 1989, **40**: 913.
- [8] ZHANG Yun, SU Hong, XIE Changde, *et al.* Quantum variances and squeezing of output field from NOPA [J]. *Phys Lett A*, 1999, **259**: 171.
- [9] LI Xiaoying, PAN Qing, JING, Jietai, *et al.* Quantum Dense Coding Exploiting a Bright Einstein – Podolsky – Rosen Beam [J]. *Phys Rev Lett*, 2002, **88**: 047904.
- [10] ZHANG Jing, PENG Kunchi. Quantum teleportation and dense coding by means of bright amplitude – squeezed light and direct measurement of a Bell state [J]. *Phys Rev A*, 2000, **62**: 064302.
- [11] FURUSAWA A, SØRENSEN J L, BRAUNSTEIN S L, *et al.* Unconditional quantum teleportation [J]. *Science*, 1998, **282**: 706.
- [12] ZHANG Tiancai, GOH K W, CHOU C W, *et al.* Quantum teleportation of light beams [J]. *Phys Rev A*, 2003, **67**: 033802.

Dependences of Entanglement Swapping for Continuous Variables on Physical Parameters of Experimental System

SU Xiaolong, PAN Qing^{*}, XIE Changde

(The State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto – Electronics, Shanxi University, Taiyuan, 030006, China)

Abstract: According to the criteria of the quantum correlation and the fidelity of quantum teleportation of a coherent state, the dependences of the quality of the entanglement swapping on the detection efficiencies, the transmission efficiencies and the initial correlation parameters are calculated in two cases of gain factor $g=1$ and $g=$ optimal value, respectively. The results provide the useful references for the designs of the experimental systems.

Key words: entanglement swpping; the direct measurement of Bell – state; gain factor; fidelity

* E – mail: panqing@sxu.edu.cn